心理科学进展 2020, Vol. 28, No. 12, 2064–2075
Advances in Psychological Science

https://dx.doi.org/10.3724/SP.J.1042.2020.02064

非正式学习环境中幼儿的自发数量聚焦*

崔 爽 高亚茹 王阳阳 黄碧娟 司继伟
(山东师范大学心理学院，济南 250358)

摘 要 大量从“能力”角度来探讨个体早期数学发展的研究仅专注于儿童早期的数学知识和技能，而忽略了可能与儿童早期数学能力相关的方面。近年来，数学认知发展研究者逐渐开始关注自发数量聚焦(Spontaneous focusing on numerosity, SFON)，即个体对环境中数量相关信息自发注意的认知倾向。SFON 被视为其他数学聚焦倾向概念的基础，但与自发数字聚焦(SAN)、自发阿拉伯数字聚焦(SFONS)和自发数量关系聚焦(SFOR)之间的联系仍需进一步明晰。作为数学表现的领域特异预测因子，个体 SFON 的发展轨迹和作用机制是当前研究的重点所在。未来可从数学动机、数学焦虑等角度进一步探讨 SFON 的作用机制，改良与创新 SFON 测量工具，同时需深入推进家庭和学校场合的 SFON 干预研究。

关键词 自发数量聚焦，早期数学技能，非正式环境，儿童
分类号 B844

日常生活对于人们尤其是儿童数学能力的培养具有重要作用。儿童在日常生活中通过数学能力去解决问题也得到研究者越来越多的关注(Jansen et al., 2016)。大量涉及数学推理和技能的练习并不发生在正式的学习环境中，而是经常发生在日常情境中(Hannula & Lehtinen, 2005; Lobato et al., 2012)。但与数学课堂不同，日常生活中并没有人指导相关的数学知识(Gunderson & Levine, 2011)，只能依靠个体本身以认识到这些情况下与数学的相关性。在非明确数学的情境下，个体对某一情境中数学方面的认知倾向具有很大程度不同(Hannula & Lehtinen, 2005)。个体对数学方面的认知倾向越高，其进行数学推理的练习机会也就越多，更利于正规数学技能的发展，从而导致有的儿童从小接触数学就能顺利学好，有的却逃避和紧张数学学习。

芬兰学者 Hannula 和 Lehtinen (2001)最先提出将个体对环境中数学相关的认知倾向称为自发数量聚焦(Spontaneous focusing on numerosity, 以下简称 SFON)，旨在揭示幼儿在上学初期的数学能力(如计数、算术技能等)个体差异的原因(Hannula-Sormunen, 2015)。近年来逐渐引起了更多研究者的关注。Hannula 等人对 SFON 的界定是：一种自发的过程，即个体以他人不提示的自发方式将注意力集中在一组物品或事件的精确数量方面，并在活动中使用这些信息(Hannula & Lehtinen, 2005)。而个体自发性地将注意集中于不同情境和时间中的准确数量的一般性倾向称为 SFON 倾向性(Hannula, 2005; Hannula & Lehtinen, 2005)。该倾向性的测量指标为在环境中自发使用精确数量的行为(Hannula & Lehtinen, 2005)。研究者认为，SFON 之所以在儿童后期的数学能力中有重要作用，主要是因为这种关注数学信息的倾向性将触发个体启动更多的数学练习，从而更多地运用相应的数学知识和技能(Hannula et al., 2010)。而这些更倾向于关注各种情境中数学方面的儿童，将比那些不关注数学方面的儿童更有利于数学发展(Hannula-Sormunen, 2015)。

在过去的十几年间，研究者已将研究对象逐渐拓展到许多国家儿童，包括英国(Batchelor, 2014; Batchelor et al., 2015)、厄瓜多尔(Bojorque et al., 2017)、比利时(Rathé et al., 2018; Rathé et al., 2020)、中国(Tian & Siegler, 2015)、美国(Edens &

收稿日期：2020-04-03
* 国家自然国家自然科学基金面上项目(31971010)；教育部人文社会科学规划基金项目(18YJA190014)。
通信作者：司继伟, E-mail: sijiwei1974@126.com

Potter, 2013; Tian & Siegler, 2015)、瑞士和德国(Kucian et al., 2012)、澳大利亚(Gray & Reeve, 2016)、意大利(Sella et al., 2016)、以色列(Sharir et al., 2015)等。SFON 正日益成为当前探讨个体底层数学能力早期发展的一个崭新视角。

1 精确数量感知的自发性注意

婴儿和许多动物都具有一些生物本能上的初级数量能力, 为后来的数学发展奠定基础(杨伟星 等, 2017)。但是初级数量能力, 如客体文档系统和近似数量系统在数量大小和准确度上都受到限制(Pelland, 2020; Shusterman et al., 2017)。已有研究表明, 个体对数概念的掌握独立于语言、文化、年龄和早期教育(Piantadosi et al., 2014), 个体内在的认知机制, 如注意、记忆、言语等会起到重要作用(Pelland, 2020)。如王一峰等人(2011)提出, 在感数的认知机制中, 视空间工作记忆容量决定了个体一次能精确知觉到的客体数量, 而注意决定了哪些信息进入视空间工作记忆。对精确数量的认知需要个体的有意注意, 因而 SFON 在注意倾向上进一步解释了个体在算术技能上的差异可能是通过大脑内部的注意机制而产生的。

日常环境中, 个体在加工集合项目的数量之前, 需将其注意集中到所要关注的数量方面(Spelke, 2003)。而个体在感数范围内对精确数量识别和运用的预先注意过程并不是完全自动的(王一峰 等, 2011), 而是自发性注意。Hannula 和 Lehtinen (2001, 2003)的研究结果表明, 尽管有大量的幼儿具备计数能力, 但他们在生活中并没有自发地关注数量, 且未利用数量知识。例如, 花瓶里有五朵红玫瑰, 个体可以选择注意花的数量、颜色或品种。由于每个人看向花瓶的目的不同, 因而选择关注的方面也不同, 但这都需要一个预先的注意过程(Hannula, 2005)。目前, 研究儿童数字认知的任务多是明确引导其注意数量方面(Geary & Vanmarle, 2016; Lira et al., 2017), 而个体在这些任务中对数量方面的注意是被动的。通过告知儿童判断点的数量或者比较两边点数多少的方式(Geary & Vanmarle, 2016; Lira et al., 2017), 并不能单纯地测量儿童预先注意感数的过程(Hannula, 2005)。因此, 引导个体关注数量的任务并未能在方法或理论上捕捉到儿童预先注意计算技能的自发过程, 以及可能对后期数学能力发展有所帮助的早期个体差异, 即儿童在数量相关注意过程上的个体差异。

精确计数所需特定的自发注意过程会启动不同学习环境下儿童的早期算术技能, 在日常生活中练习数学相关技能越多的儿童也更利于其在正规数学学习中的能力发展(Hannula et al., 2010)。儿童在数字理解方面的核心困难是由于与抑制和集合转移相关的执行功能较差导致的(Hassinger-Das et al., 2014)。相反, 能够专注于数字而忽略不相关的信息将有助于儿童更快地掌握基本的数字技能。个体学习如何将注意集中在环境中的数量方面, 是早期数学发展的重要元素之一, 它为数量识别过程提供了必要的练习。而对数量的关注程度以及在周围环境中对数字识别技能的运用程度, 也就为个体早期数学技能发展的差异提供了可能解释。SFON 便是基于现实生活中个体对精确数量的识别需要特定的预先注意而提出的, 并通过设置自然性和无引导性的任务, 以确定哪些儿童倾向于关注刺激中离散物体的数量。

2 自发数量聚焦相关概念区分

近年来, 研究者已将早期数学能力的不同意向方面引入到研究中, 如自发地爱好或倾向于关注或注意环境中的数量(SFON)、阿拉伯数字(SFONS)、数量之间关系(SFOR)以及数学模型(SFOP, Wijns et al., 2019)等, 并被统一称之为“数学聚焦倾向” (Verschaffe et al., 2020)。其他学者提出的自发关注空间位置(SFOL, Hannula et al., 2010)与自发关注数字(SAN) (Baroody & Li, 2016)也可归为数学聚焦倾向。

Baroody 等人(2008)提出了自发数字聚焦(Spontaneous Attention to a Number, SAN), 指的是幼儿对于小数字(≤ 4)的精确数量的自发注意, 是一个与 SFON 概念构造相似但又有差别的概念(Baroody & Li, 2016)。Li 与 Baroody (2014)的研究表明幼儿的 SAN 与其言语数字知识的发展有关, 幼儿在活动中对于精确数字的关注要比婴儿更为准确。Hannula-Sormunen 等人(2015)曾指出 SAN 的结构和方法皆与 SFON 相似, 都是对精确数字或数量的自发注意, 且 SFON 历经十多年研究已被系统地描述为一个可识别的注意过程, 它可以触发精确的数字识别, 当准确的数量识别被用于行动时, 可以通过计数或枚举来实现。因此, Hannula-Sormunen 等人(2015)认为 SAN 术语的提出毫无意

义，只是 SFON 的替代名称而已。之后 Baroody 和 Li (2016)则进一步指出 SAN 主要应用于对小数字的精确概念的逐级构建和自发注意，而 SFON 指的则是对数字的自发注意。例如，一个孩子是否能感知到“2”而不是“3”。即 SFON 主要指将数字与环境的其他方面区分开来，而 SAN 主要对小数字集合之间进行区分(以及组成一个集合的元素的其他感知属性)。正如 Baroody 和 Li (2016)所言，SFON 是一个用于触发数学思维的一般性注意过程，即为触发准确的数量识别和随后行为中所使用的已被识别的准确数字的注意需要。而 SAN 是由 SFON 触发的数学思维所引发的对精确数字识别的注意过程(例如，由 SFON 激活的“3个”的概念知识所引导的对“3”的注意)。由此我们认为，SAN 可能是 SFON 的一个子成份，是在 SFON 过程中对于精确小数字的自发注意。

Rathé 等人(2019)最近提出在日常生活中，有些儿童也会自发地把注意力集中在阿拉伯数字符号上，例如日历上的数字、传单上的价格等，而另一些则不会注意到这些符号，而是关注情境中的其它方面信息。他们将这种现象称为自发阿拉伯数字聚焦(Spontaneously Focusing on Arabic Number Symbols, SFONS)。与 SFON 不同，SFONS 主要在儿童对阿拉伯数字和数字单词之间的联系以及阿拉伯数字和数量之间的联系的理解上发挥重要作用(Rathé et al., 2019)。Rathé 等人(2019) 开展的一项历时三年的追踪研究显示，幼儿的 SFONS 会随年龄的增长而倾向增强。此外，被试的 SFONS 和 SFON 分数在追踪期限内一直没有显著相关。这不免让人感到奇怪，因为 SFON 虽然是对于精确数量的关注，但也有研究者发现其与符号数量表征有正相关(Batchelor et al., 2015)。Rathé 等人(2019)认为，SFONS 可能是独立于 SFON 的另一个概念。但鉴于其研究的样本量仅有 111 名幼儿，SFONS 是否真正独立于 SFON 仍存质疑。

另外，McMullen 等人(2011)又提出了自发数量关系聚焦(Spontaneous Focusing on Quantitative Relations, SFOR)。SFOR 倾向被定义为自发(即无导向)地将注意集中于数量关系和在非明确数学情境中对这些关系的运用。SFOR 倾向涉及对两个或更多项目(子)集合或数量的定量关系的关注，而不是仅关注单一项目的数量或量化的总额。例如，不是关注碗里不同苹果的数量(如两个绿苹果和四个红苹果)，而是关注不同种类苹果的量化关系(如红苹果是绿苹果的两倍，或有三分之一的苹果是绿色的)。在由美国和芬兰学者联合开展的幼儿研究中，学者们认为 SFOR 是一种可分辨的认知和注意倾向(McMullen et al., 2011, 2013)。同 SFON 一样，SFOR 倾向性可作为数学发展中个体差异的潜在来源，在儿童后期的数学学习和发展中起到重要的预测作用(McMullen et al., 2011, 2013)。儿童和学生自发关注数量和数量关系的倾向将是数学发展和教育的关键组成部分(McMullen et al., 2019)。但目前对于 SFOR 的关注多停留在乘法关系上，而未考虑加法关系(McMullen et al., 2011, 2013)。Degrande 等人(2017)开始关注加法和乘法多种数量关系。未来研究也需要进一步考虑个体注意到不同类型的数量关系，如加法关系、部分和总量的分数关系等。

最近，Cicchini 等人(2016)提出了人类对数量的自发感知(Spontaneous perception of numerosity)。通过一个包含密度、面积和数字的二维空间，他们发现被试对数量变化的反应要比面积或密度的变化敏感得多。即使在明确指示做出密度或面积判断的任务中，被试也会对数量做出自发的反应。因此，研究者提出人类会通过专门的机制直接而自发地提取数量信息，即对数量的自发感知(Cicchini et al., 2016)。最近，这一概念在学龄前儿童中也得到了验证，即对于数量的反应要比面积或密度更为敏锐(Anobile et al., 2019)。与 SFON 不同，这一概念更多说明了人类在感知周边信息中对于数字加工的底层机制，是一种自动地对数量的感知加工，这种对数量的自发感知并不强调个体倾向性的差异，而是普遍存在人人皆有，从而更清晰地证明了人类对于数量的敏感性是基于这种自发感知。我们认为，这种对数量的自发感知更多是对非符号近似数量的感知倾向，而不是“精确”数量的感知，且该研究中是指人类对于近似数量的变化要比面积和密度的变化更为敏感，而非单纯从现实生活中自发地关注到近似数量的信息。在 SFON 的界定中，研究者认为这种自发的聚焦倾向是针对“精确”数量，必须将儿童对近似数量的自发聚焦倾向排除在范围之外。人类对近似数量的自发感知可能是与生俱来的(Anobile et al., 2019; Cicchini et al., 2016)，但对于近似数量的自发关注可能也需要直接从现实生活中去探

索，而不仅仅停留在近似数量的变化感知上。

不难发现，近年来提出的与 SFON 相似或基于 SFON 而发展出来的新的概念都强调了“自发”这一特性，即，无他人指导和暗示下的个体自发的注意或感知，但都不同于 SFON 的概念。由于多数研究只涉及一种或至多两种自发的数学聚焦倾向，SFON 与其他自发数学聚焦倾向之间的关系尚不清楚，需要进一步澄清(Verschaffe et al., 2020)。其中，SAN 与 SFON 的关系目前仍未有公论。不过可以认为 SAN 是 SFON 的一个子成份，是在 SFON 过程中对于精确小数字的自发注意。对 SAN 的探讨可应用于较小年龄的幼儿，而对于较大年龄的儿童和成人则是没有意义的。对于 SAN 是否会优于 SFON 之前发生仍不清楚，对二者的关系还需要作进一步探讨。另外，关于 SFON 与 SFONS 的联系也尚未明确。SFON 的发展或许要早于 SFONS (Verschaffel et al., 2020)。因为 SFON 涉及对非符号性数字的自发关注，而 SFONS 则涉及对符号性数字表示的关注。但 SFONS 是否真正独立于 SFON 也需要未来研究进一步探索。未来研究者可注意厘清 SFON 与其他自发数学聚焦倾向的理论联系。

3　自发数量聚焦的任务测量

为客观测量 SFON 倾向性这一数学相关的个体特性，Hannula (2005)提出测量任务需合乎以下原则：(1)未有明显的数学方面的任务设置；(2)答案有多种可能的解释(数学和非数学)；(3)每个被试对所有项目都能充分参与；(4)项目设置皆在个体的能力范围内。由 Hannula 和 Lehtinen (2001; 2005)最先提出的 SFON 行为测量任务包括模仿任务(Imitation task)、寻找任务(Finding task)和模型任务(Model task)三种，目前已受到较多研究者的认可和使用(Hannula-Sormunen et al., 2015; Mcmullen et al., 2015; Nanu et al., 2017)。模仿任务是让儿童在主试的指导下模仿主试的动作，不同年龄段的儿童的模仿任务材料有所不同；寻找任务是让儿童在主试的带领下回答金块藏在哪一顶帽子下面；模型任务则是让儿童将自己的模板做成主试模板的样子(Hannula & Lehtinen, 2005; Hannula-Sormunen et al., 2015; Mcmullen et al., 2015; Nanu et al., 2017)。模型任务与模仿任务的本质上有些相似，只是一个模仿主试的行为，一个还原主试的模板。因为实验环境的特殊性，已告知儿童是需要模仿主试的行为，儿童的行为会受到主试行为的制约，在实验中行为任务上的模仿中儿童关注到数量并不一定能完全说明在日常生活中就能自己自发地关注数量信息。选择任务也是 Hannula (2005)较早提出的一种行为任务，如，让儿童给不同的毛绒玩具穿上袜子。我们认为也可将其归为经典任务，且该任务可以让儿童的行为更自主，而非刻意模仿主试的行为，更有利于测量真实的 SFON 倾向性。

之后研究者开始对 SFON 的测量工具进行创新，多是言语的测量任务，如，照片任务(Hannula et al., 2009)，图片任务(Batchelor, 2014; Batchelor et al., 2015; Rathé et al., 2019)，以及涉及口头数字故事在内的任务等(Tian & Siegler, 2015)。图片任务最初是在 Batchelor (2014)的研究中提出，让儿童在主试的带领下观看图片，图片消失后由被试描述图片，主试用纸笔记录答案，作答没有时间限制(图片示例可参考 Batchelor, 2014)。Rathé 等人(2016)发现当同时采用行为测量(模仿任务)和言语测量(图片任务)时，图片任务要比模仿任务更能在幼儿阅读画本时体现出 SFON 倾向性的作用，通过图片任务测量出的高 SFON 倾向性儿童会更多地表达画本中数学相关的内容。Rathé 等人(2019)最近自编了比利时风格的图片任务，可以让儿童自由地表达，且操作简单，适用范围更广，更适合测量儿童的 SFON 倾向性。照片任务与图片任务性质与功能相似，但所呈现的材料不同，是直接对现实活动的拍照。在所有的 SFON 任务施测中，主试都不能刻意提醒儿童关注数量或数学的方面，也不可以给予任何暗示性的回应或者引导(Hannula, 2005; Hannula & Lehtinen, 2005; Hannula-Sormunen, 2015)。SFON 测验的评分根据儿童是否有自发关注数量的行为(数手指)或者言语进行打分，每个任务“0、1”计分((Hannula, 2005)。此外，最近还有研究者采用数量偏向任务(numerosity bias task, NBT)，被试可采用数量或颜色策略对左右两边点阵进行选择，但该任务仅适用于成人被试(Ben-Shachar et al., 2020)。选择任务的后期也发展出图片选择任务，给出一个目标图片和四个选项，可根据形状、颜色、数量等方面进行选择(Chan & Mazzocco, 2017)。这两种任务更便于机测和试施，但这两种任务控制了过多的因素，任务中的数量特征相对明显，其生态效度仍需要进一步考察。

尽管不同的 SFON 任务都已有所应用，但目前对这些任务心理测量特性的证据却非常有限(Batchelor, 2014)。Hannula 等人仅为其任务的预测效度和区分效度提供了一定证据(Hannula et al., 2010; Hannula-Sormunen et al., 2015)。但 Batchelor (2014)却发现，模仿任务、模型任务和寻找任务的重测信度和聚合效度较差，低于可接受水平。不过信效度的测量往往会受到项目次数的影响(Batchelor, 2014)，信度低可能是由于 SFON 测验任务较少导致的。因而，需在研究中增加 SFON 任务的试次数。在计分方式上，现有的 SFON 测量工具多采用“0、1”计分，属于“非有即无”计分方式(Batchelor et al., 2015; Hannula & Lehtinen, 2005; McMullen et al., 2011)。这很难准确衡量出个体的倾向性，因而对评分标准也需要进一步细化。此外，SFON 又被学者们认为受到文化环境的明显影响(Batchelor, 2014; Bojorque et al., 2017; Tian & Siegler, 2015)。虽然 Tian 和 Siegler (2015)在研究中探讨了中国儿童，但对其结果的解释也受到了测量工具信效度的制约。因此，SFON 的本土化测量工具亟待解决。建立和完善 SFON 图片库将更有利于开展我国儿童 SFON 的相关研究。最后，个体在自发地关注日常会话、故事书等的数词时，他们在关注和运用数量方面也可能存在个体差异。如何更准确地捕捉到个体的自发关注倾向是未来研究的重中之重。Hunnula 等人(2009)曾尝试探究成人 SFON 的神经关联(Hunnula et al., 2009)。结果显示 SFON 任务激活了额顶叶皮层，当看图片时，与不自发和要求说出图片中数量(给予指导的版本，Guided Focusing On Numerosity, GFON)相比，自发说出图片数量的个体的 EEG 震荡更明显。这表明，SFON 的个体差异可能是由于对刺激编码的差异。不过该发现仅以会议论文形式进行过交流，并未公开发表。未来或许可尝试采用认知神经科学技术，从神经指标上寻找个体存在较高 SFON 倾向性的表现，以更准确地测量 SFON 倾向性。

4 自发数量聚焦的影响及作用机制

4.1 作为数学表现领域特异预测因子的 SFON

最早关于 SFON 的研究主要针对儿童入学初期在数学技能和数学学习困难上表现出的明显个体差异(Krajewski & Schneider, 2009)。纵向研究发现，3~12 岁的正常发育儿童在自发地将注意力集中在精确数量上的倾向性上存在很大差异(Hannula et al., 2010)，而且独立于学习困难和发展障碍(Edens & Potter, 2013)。另外一些证据则显示，儿童的 SFON 与早期数学技能(如，基于感数的枚举、计数、数字序列技能和基本算术技能) (Hannula & Lehtinen, 2005; Hannula et al., 2007)，数学成绩(Hannula et al., 2010; Hannula-Sormunen et al., 2015)，以及有理数概念知识(Mcmullen et al., 2016)都有着密切联系。学龄前儿童的 SFON 倾向性可以有效预测未来二年级(Lepola & Hannula-Sormunen, 2019)和五年级时的算术技能和数学知识(Nanu et al., 2017)，以及六年级时的有理数概念知识(Mcmullen et al., 2015)。可见，较高的 SFON 倾向性明显有助于促进儿童后期数学能力的发展。

更为重要的是，现有的初步纵向证据显示，SFON 倾向性仅对儿童后期的算术技能起到预测作用，而非阅读技能等其他方面(Hannula et al., 2010; Hannula-Sormunen et al., 2015; Nanu et al., 2017)。与正常发育的同龄人相比，有数学学习困难的儿童(如发展性计算障碍)的 SFON 倾向可能会降低(Kucian et al., 2012)。另有研究者最近通过潜剖面分析发现，在所有数学任务上低能力组的个体也会表现出较差的 SFON 倾向(Gray & Reeve, 2016)。这意味着，SFON 倾向性或许是个体在数学领域内的早期特异预测因子之一(Hannula et al., 2010)。它对于儿童后期的数学学习及个体发展都具有不可替代的关键作用，因其具有的领域特异性，很有可能会成为未来鉴别发展性计算障碍或数学能力低下儿童的一个重要指标。

4.2 SFON 影响数学表现的作用机制

当前学者们对于 SFON 与数学表现之间的联系究竟涉及哪些机制尚未明确(Batchelor, 2014; Batchelor et al., 2015)，主要存在两种假设(Rathé et al., 2016)。第一种假设解释强调认知因素的作用，如工作记忆、抑制和语言等，与早期数学发展密切相关(Moll et al., 2015; Purpura & Ganley, 2014; Purpura & Napoli, 2015)。研究者发现，SFON 与儿童的执行功能之间具有显著的正相关，且会影响到非符号数量表征的敏锐度(Fuhs et al., 2018)，而非符号数量表征对于后期符号数字的学习、运算和数学表现具有积极的促进作用(Geary

& vanMarle, 2016)。Batchelor 等人(2015)也证实, SFON 与儿童的符号灵活性有关, 或许可以用符号和非符号比较技能的差异以及非符号和符号数量表征间的映射能力来解释 SFON 的作用机制。即, SFON 倾向性与符号比较技能之间的关系由非符号比较技能和映射能力所中介。Ben-Shachar 等人(2020)的最新证据显示近似数量系统(Approximate Number System, ANS)也可能是导致 SFON 倾向性个体差异的成因, 在控制年龄的情况下, 更善于辨别非符号数量的儿童也有着更高的 SFON 倾向性, 表明 SFON 与 ANS 之间更可能是双向的作用关系。因此, 认知因素影响 SFON 与数学表现之间联系的推断虽然在理论上合理, 但可能还有其它因素制约着 SFON 对个体数学表现的作用。

第二种假设解释集中在教育环境因素的作用上。儿童的日常生活环境会为数学思想和数学知识提供丰富的背景, 学龄前儿童的家庭学习环境甚至能够影响儿童 10 岁的数学表现(Melhuish et al., 2008)。同样, 父母的数学相关交谈也已被证明与儿童的早期算术发展有关(Gunders & Levine, 2011)。不过有研究者对此假设提出了质疑。例如 Batchelor (2014)发现父母的 SFON 与儿童的 SFON 其实没有相关。Rathé 等(2020)的最新研究也发现儿童的 SFON 与家庭数量环境没有显著的相关, 该研究中通过测量父母数字期望作为家庭数量环境的指标。我们认为, 其研究结果受到 SFON 工具信效度的制约, 目前仍未明断文化和环境因素对 SFON 倾向性的真实影响。SFON 倾向性与后来的数学表现之间的密切联系可以用儿童在日常生活中对精确数量的识别和所利用的自发自我启动练习来进行解释, 这也将更利于教育者对儿童进行干预以提高 SFON。已有初步证据证实, 中国儿童在包括口头数字故事在内的 SFON 任务中表现要优于美国同龄儿童, 这很可能是由父母在家庭环境中谈论数字的数量方面存在差异所导致(Tian & Siegler, 2015)。因此, 深入探讨不同文化背景下的儿童 SFON 倾向性的特点及其影响就显得尤为必要。

但有研究者指出, 由于大多数 SFON 的个体差异都发生在同一文化背景下, 因而文化的作用可能很小, 而多是个体内部的因素(Pelland, 2020)。数学动机分为趋近和逃避数学两种反应(Wang et al., 2015), 内在数学动机能够预测儿童的数学成绩, 并解释五年级到十年级成绩的增长(Murayama et al., 2013)。我们推测, 个体这种愿意增加自主练习数学相关技能的倾向, 也可能与数学动机有关。当儿童自发地将注意力集中在数字方面的倾向非常强烈时, 其对数学的内部态度可能是愿意趋近的动机, 这使得他们可以进行大量的数字识别和数学练习, 从而增强了对数字方面的理解, 取得良好数学成绩。高 SFON 倾向性会促使儿童更乐意去接近数学, 也能更多地自发关注到环境中的数量和数学信息, 这将有利于培养儿童趋近的数学动机。Lepola 和 Hannula-Sormunen (2019)研究中探讨了 SFON 是否会通过数学动机取向作用于算术技能, 其结果发现 T2 时间点 SFON 与任务逃避之间显著的负相关, 以及 T2 时间点的 SFON 与 T3 时间点的任务趋近有显著的正相关, 与任务逃避有负相关。即, 个体 SFON 倾向性越高, 则越少出现逃避数学任务的行为, 越易趋近任务(Lepola & Hannula-Sormunen, 2019)。但其研究并没有得出 SFON 与动机取向的预测关系。这可能是因为其动机取向采用的是教师评定, 而不是儿童的自主报告, 且其任务趋近量表 Cronbach's α 值都在 0.8 以下。Baroody 等人(2008)和 Hannula 等(2010)的研究中也都提到 SFON 可能反映了儿童对待数学的兴趣和动机。不过也有研究表明, SFON 与数学动机(包括喜欢数学、数学自我概念和数学方面的实用性)无相关关系(Nanu et al., 2017)。但是该作者采用的是 5 岁儿童的 SFON 预测小学五年级时的数学动机, 而数学动机很容易受到如数学成绩、前期经验、父母和教师等多方面因素的影响而波动(Prast et al., 2018; Wigfield et al., 2015), 因而其不相关的结果可能并不可信。但鉴于目前证据还明显不足, 未来研究可进一步探讨 SFON 倾向性对个体数学动机的短期及潜在长期影响。

此外, SFON 也可能是导致儿童数学焦虑的早期成因之一。SFON 倾向性低的个体可能容易产生较高的数学焦虑。基于 SFON 与数学动机的正向联系, 而数学焦虑个体则会倾向于逃避与数学相关的情景(Ann et al., 2016), 与数学动机呈负相关(Chang & Beilock, 2016)。已有研究直接支持了高数学焦虑个体存在回避数学任务的现象, 且具有特异性(Choe et al., 2019)。而 SFON 倾向性高的个体, 不但很少回避数学相关的信息, 还会主动

关注数学方面(Hannula et al., 2007, 2010)。因而SFON 倾向性低的个体很可能由于其在环境中的数学相关训练较少，导致数学表现和算术技能较差(Batchelor et al., 2015)，进而导致个体产生数学焦虑(Maloney, 2016)。另外，有研究者认为，认知层面的算术技能，包括数学流畅性和计算，是儿童数学焦虑的最显著的预测因子(Daches Cohen & Rubinsten, 2017)。前人研究也支持了这一结果，即数字和空间能力的认知因素可能会导致数学焦虑(Beilock & Maloney, 2015)。基于前人研究，SFON 倾向性与非符号数量表征和符号数量表征具有正向影响(Batchelor et al., 2015; Hannula et al., 2007, 2010; Rathé et al., 2016; Fuhs et al., 2018)。因此, SFON 倾向性低很可能是导致儿童早期数学焦虑出现的一个重要潜在原因。

4.3 SFON 的长期变化及与后期数学发展的联系

目前，研究者多是探讨学龄前儿童的 SFON (Batchelor et al., 2015; Hannula et al., 2010; Rathé et al., 2019)，以及学龄前 SFON 对小学阶段数学能力的影响(Hannula-Sormunen et al., 2015; Lepola & Hannula-Sormunen, 2019; McMullen et al., 2015; Nanu et al., 2017)，但也有研究者直接探讨小学儿童和成人的 SFON (Batchelor, 2014; Ben-Shachar et al., 2020)。虽然 SFON 属于个体早期的数学相关特质，且研究者认为这种特质是较为稳定的(Hannula-Sormunen, 2015)，但目前未有研究直接考察个体随年龄增长 SFON 的变化，而只是针对不同年龄段的儿童发现了倾向性上的差异，这并不能直接说明 SFON 是稳定的。还尚未清楚随着年龄的增长和受教育程度的增高，个体的 SFON 究竟会产生怎样的变化。目前研究多是通过相关和回归分析探讨学龄前儿童的 SFON 对小学和之后阶段的数学能力的影响(Hannula-Sormunen et al., 2015; Lepola & Hannula-Sormunen, 2019; Mcmullen et al., 2015; Nanu et al., 2017)，而并未能直接探讨 SFON 的作用。因而未来研究也可采用实验操纵方式，探讨小学和中学阶段个体的 SFON 与其数学表现之间的因果联系，也可探讨成人群体(比如父母、教师等)的 SFON 与儿童 SFON 的关系，以进一步深化对 SFON 的具体作用的理解。

另外，人们只是了解 SFON 对于数学领域特异性的影响多局限在早期数学能力上(Hannula & Lehtinen, 2005; Hannula et al., 2007)。SFON 对于个体后期数学的发展也只是算术技能、数学知识、有理数的学习和数学成绩方面(Hannula et al., 2010; Hannula-Sormunen et al., 2015; McMullen et al., 2016; Nanu et al., 2017)，并未探讨儿童 SFON 倾向性与其后期高级数学能力的关系，比如复杂算术运算、应用题、分数、小数、代数等。同时，对于 SFON 如何影响个体后期数学表现的作用机制也尚未明晰，未来可继续尝试探讨与工作记忆、数学关系表征、数学态度、数学兴趣等认知与情感方面因素的联系。另外，具有较高数学能力和较高数学任务值的个体更有可能选择科学，技术，工程和数学(STEM)领域的职业(Wang et al., 2017)，但 SFON 倾向性的高低是否会影响个体后期在专业和职业中的选择仍是未知，未来研究者也可从毕生发展观的角度进一步探讨 SFON 倾向性对专业和职业选择的作用。

5 面向教育实践的儿童 SFON 干预研究

目前为止，已有初步证据表明，儿童的 SFON 倾向性可以通过有针对性的干预手段来加以促进和提高(Hannula et al., 2005; Hannula-Sormunen et al., 2015)。这方面尝试无疑将有利于教育者改进针对幼儿数学发展的实践措施。基于 SFON 的作用机制，个体自发关注数量会增加其对数学相关的练习，从而进一步增强 SFON (Hannula et al., 2010; Hannula-Sormunen et al., 2015)。因而，对 SFON 的干预主要是提高个体关注数量的意识。目前研究多是通过以下两个方面，一个是在明确的任务或活动中直接指导儿童关注数量信息(Braham et al., 2018)，另一个是增加环境中能够刺激儿童自发关注数量的活动(Susperreguy & Davis-Kean, 2016)。例如，积木游戏或者餐前准备活动(确定所需的盘子、叉子、餐巾和杯子的数量)，能够让儿童更多关注数字或数学相关信息，而戏剧表演游戏或者自由绘画任务则较少引起儿童在数量上的自发关注(McMullen et al., 2019)。

对于第一个方面，已有研究表明，增强父母在日常生活中谈论数学的机会的意识，增加他们在家里对数学的讨论，也会增加学龄前儿童对数字、大小测量和几何等方面的知识(Gervasoni & Perry, 2017)。Hannula 等人(2005)对于日托机构的 138 名 6~7 岁儿童曾通过社会交流的干预方式提高他们在活动中的 SFON，但其干预效果只在那

些一开始就具有 SFON 的儿童中有明显增强。因此, 干预的效果可能取决于儿童是否一开始就具有 SFON 倾向性。未来研究可以探讨通过指导确定初始 SFON 倾向性较低的儿童中是否也会增强加其 SFON 倾向性, 并从年龄更小的儿童开始干预。最近, McMullen 等人(2019)提出采用 SFON“诱饵”任务, 将日常生活中的物体并排, 以突出数量特征, 增加儿童对数量的关注, 教师还可以通过询问儿童或者行为动作来引导儿童关注数量信息, 结果表明实验组的 SFON 有显著提高。然而, 有研究者只是通过在实验任务中敲击任务来引导被试关注数量方面的信息, 但是这种模糊提示的方法并没有在儿童中起到引导关注数量的作用(Chan & Mazzocco, 2017)。即, 有意地操纵数字和直接引导是一种有效的方法, 可以吸引孩子们对一组物品的数量的注意。Braham 等人(2018)让 54 名学龄前儿童和父母在儿童博物馆的展览中一起玩, 其中将父母分为使用数字提示或非数字提示(控制条件)两组, 并评估儿童在与父母玩耍前和后的 SFON。结果发现在与父母一起玩后, 受到父母数字提示的儿童要比未受到父母提示儿童的 SFON 得分更高(Braham et al., 2018)。这意味着, 当父母在非正式的游戏环境中与儿童开展数量相关的活动时, 有利于儿童后期的 SFON 倾向性增强。但该研究并未报告干预活动的效果究竟能够持续多久。

在第二个方面, Chan 和 Mazzocco (2017)研究表明, 在所采用的图片选择任务中将数量、模型和位置共存的任务条件要比数量、颜色和形状的条件更能引起儿童关注数量方面(Chan & Mazzocco, 2017), 说明环境对儿童的自发数量关注的具有影响, 且利于 SFON 可塑性, 有些活动中数学信息更为突出则更有利于吸引个体关注。Chan 等人(2020)的研究进一步表明, 积木游戏与假装厨房游戏相比, 积木游戏更能激发儿童和父母对数量上的关注, 而厨房游戏更多激发了空间上的关注。但是该研究采用的厨房游戏是在道具的配合下进行的假装游戏, 可能在真实环境中的餐前准备仍可以让儿童关注到数量信息。基于目前相当有限的干预研究, 我们认为, 未来这方面研究需注意以下方面：(1)干预活动的时间和频率, 干预周期要足够长, 对于低龄儿童, 各方面能力都在初步发展, 因而干预的时间太短或次数太少对初始的低 SFON 倾向性儿童可能是无效的; (2)低 SFON 倾向性儿童可能需要在更广泛的环境(如, 家庭和幼儿园)中参与 SFON 干预活动。

总之, 通过对环境中数量信息的隐性操纵或通过显性的语言引导, 起到对 SFON 进行实质性的干预作用, 是值得研究者通过实证研究进一步探讨的。由于目前关于环境对个体 SFON 的影响研究依然缺乏, 进一步探讨不同环境对 SFON 的影响及明晰 SFON 的本质则更有利于开展有效的干预措施。未来研究者需着重考虑如何更好地从环境中对儿童(尤其是低龄儿童)实施干预以提高 SFON 倾向性。

6　小结

自发数量聚焦(SFON)这一概念的提出, 让众多研究者开始关注个体在感数范围内对精确数量识别和运用的预先注意过程, 即个体对环境中数学相关的自发认知倾向。而早期 SFON 倾向性作为数学表现领域特异预测因子, 对后期数学能力发展起到重要作用, 为数量识别过程提供了必要的练习, 也为个体早期数学技能发展的差异提供了可能解释。但目前已有的测量工具和研究结果仍较为局限, 未来研究应注重提高测量工具的信效度, 尤其是生态效度, 深入探讨 SFON 的长期变化及与后期数学发展的联系, 在文化、学校和家庭的背景下, 进一步明晰 SFON 影响数学表现的作用机制, 如对数学动机和数学焦虑的作用, 并加强在教育实践中 SFON 干预效果, 以减少数学障碍儿童的产生。

参考文献

王一峰, 王荣燕, 李红. (2011). 感数的认知机制: 从注意到工作记忆. *心理科学进展*, *19*(7), 967–975.

杨伟星, 张明亮, 李红霞, 杨雅琳, 司继伟. (2017). 人类基本数学能力的进化证据. *心理科学进展*, *25*(5), 810–824.

Ann, D., Amar, S., & Yen, L. C. (2016). Mathematics anxiety: What have we learned in 60 years? *Frontiers in Psychology, 7*, 508. doi: 10.3389/fpsyg.2016.00508

Anobile, G., Guerrini, G., Burr, D. C., Monti, M., del Lucchese, B., & Cicchini, G. M. (2019). Spontaneous perception of numerosity in pre-school children. *Proceedings of the Royal Society B*, *286*(1906), 20191245. doi: 10.1098/rspb.2019.1245

Baroody, A. J., & Li, X. (2016). The construct and measurement of spontaneous attention to a number. *European Journal of*

Developmental Psychology, 13(2), 170–178.

Baroody, A. J., Li, X., & Lai, M. -L. (2008). Toddlers' spontaneous attention to number. *Mathematical Thinking and Learning*, *10*(3), 1–31.

Batchelor, S. (2014). *Dispositional factors affecting children's early numerical development* (Unpublished doctoral dissertation). Loughborough University, Loughborough.

Batchelor, S., Inglis, M., & Gilmore, C. (2015). Spontaneous focusing on numerosity and the arithmetic advantage. *Learning and Instruction, 40,* 79–88.

Beilock, S. L., & Maloney, E. A. (2015). Math anxiety: A factor in math achievement not to be ignored. *Policy Insights from the Behavioral and Brain Sciences, 2*(1), 4–12.

Ben-Shachar, M. S., Lisson, S., Shotts-Peretz, D., Hannula-Sormunen, M., & Berger, A. (2020, February 18). Spontaneous focusing on numerosity is linked to numerosity discrimination in children and adults. *Preprint*. https://doi.org/10.31234/osf.io/mt3n9

Bojorque, G., Torbeyns, J., Hannula-Sormunen, M., van Nijlen, D., & Verschaffel, L. (2017). Development of SFON in Ecuadorian kindergartners. *European Journal of Psychology of Education, 32*(3), 449–462.

Braham, E. J., Libertus, M. E., & McCrink, K. (2018). Children's spontaneous focus on number before and after guided parent-child interactions in a children's museum. *Developmental Psychology, 54*(8), 1492–1498.

Chan, J. Y. -C., & Mazzocco, M. M. M. (2017). Competing features influence children's attention to number. *Journal of Experimental Child Psychology, 156,* 62–81.

Chan, J. Y. -C., Praus-Singh, T. L., & Mazzocco, M. M. M. (2020). Parents' and young children's attention to mathematical features varies across play materials. *Early Childhood Research Quarterly, 50,* 65–77.

Chang, H., & Beilock, S. L. (2016). The math anxiety-math performance link and its relation to individual and environmental factors: A review of current behavioral and psychophysiological research. *Current Opinion in Behavioral Sciences*, *10*, 33–38.

Choe, K. W., Jenifer, J. B., Rozek, C. S., Berman, M. G., & Beilock, S. L. (2019). Calculated avoidance: Math anxiety predicts math avoidance in effort-based decision-making. *Science Advances*, *5*(11), eaay1062. doi: 10.1126/sciadv.aay1062

Cicchini, G. M., Anobile, G., & Burr, D. C. (2016). Spontaneous perception of numerosity in humans. *Nature Communications*, *7,* 12536. doi: 10.1038/ncomms12536

Daches Cohen, L., & Rubinsten, O. (2017). Mothers, intrinsic math motivation, arithmetic skills, and math anxiety in elementary school. *Frontiers in Psychology, 8,* 1939. doi: 10.3389/fpsyg.2017.01939

Degrande, T., Verschaffel, L., & van Dooren, W. (2017). Spontaneous focusing on quantitative relations: Towards a characterization. *Mathematical Thinking and Learning, 19*(4), 260–275.

Edens, K. M., & Potter, E. F. (2013). An exploratory look at the relationships among math skills, motivational factors and activity choice. *Early Childhood Educational Journal*, *41*(3), 235–243.

Fuhs, W. M., Nesbitt, T. K., & O'Rear, D. C. (2018). Approximate number system task performance: Associations with domain-general and domain-specific cognitive skills in young children. *Journal of Numerical Cognition, 4*(3), 590–612.

Geary, D. C., & vanMarle, K. (2016). Young children's core symbolic and nonsymbolic quantitative knowledge in the prediction of later mathematics achievement. *Developmental Psychology, 52*(12), 21–30.

Gray, S. A., & Reeve, R. A. (2016). Number-specific and general cognitive markers of preschoolers' math ability profiles. *Journal of Experimental Child Psychology, 147,* 1–21.

Gunderson, E. A, & Levine, S. C. (2011). Some types of parent number talk count more than others: Relations between parents' input and children's cardinal-number knowledge. *Developmental Science, 14*(5), 1021–1032.

Hannula, M. M. (2005). *Spontaneous focusing on numerosity in the development of early mathematical skills* (Unpublished Doctoral dissertation). University of Turku, Turku.

Hannula, M. M., & Lehtinen, E. (2001). Spontaneous tendency to focus on numerosities in the development of cardinality. In M. Panhuizen-Van Heuvel (Ed.), *Proceedings of 25th conference of the international group for the psychology of mathematics education* (Vol 3, pp.113–120). Drukkerij Wilco, The Netherlands: Amersfoort.

Hannula, M. M., & Lehtinen, E. (2005). Spontaneous focusing on numerosity and mathematical skills of young children. *Learning and Instruction, 15*(3), 237–256.

Hannula, M. M., Lepola, J., & Lehtinen, E. (2010). Spontaneous focusing on numerosity as a domain-specific predictor of arithmetical skills. *Journal of Experimental Child Psychology, 107*(4), 394–406.

Hannula, M. M., Mattinen, A., & Lehtinen, E. (2005). Does social interaction influence 3-year-old children's tendency to focus on numerosity? A quasi-experimental study in day care. In L. Verschaffel, E. De Corte, G. Kanselaar, & M. Valcke (Eds.), *Powerful environemnts for promoting deep conceptual and strategic learning* (pp. 63–80). Leuven: Leuven University Press.

Hannula, M., Räsänen, P., & Lehtinen, E. (2007). Development of counting skills: Role of spontaneous focusing on numerosity and subitizing-based enumeration. *Mathematical Thinking and Learning, 9*(1), 51–57.

Hannula-Sormunen, M. M. (2015). Spontaneous focusing on numerosity and its relation to counting and arithmetic. In R. C. Kadosh and A. Dowker (Eds.), *The Oxford handbook of numerical cognition* (pp. 275–290). Oxford: Oxford University Press.

Hannula-Sormunen, M. M., Grabner, R. H., & Lehtinen, E. (2009, March). *Neural correlates of spontaneous focusing on numerosity (SFON) in a 9-year-longitudinal study of children's mathematical skills*. Paper presented in EARLI Advanced Study Colloquium on Cognitive Neuroscience Meets Mathematics Education. Brugge, Belgium.

Hannula-Sormunen, M. M., Lehtinen, E., & Räsänen, P. (2015). Preschool children's spontaneous focusing on numerosity, subitizing, and counting skills as predictors of their mathematical performance 7 years later at school. *Mathematical Thinking and Learning*, *17*(2-3), 155–177.

Hassinger-Das, B., Jordan, N. C., Glutting, J., Irwin, C., & Dyson, N. (2014). Domain-general mediators of the relation between kindergarten number sense and first-grade mathematics achievement. *Journal of Experimental Child Psychology, 118,* 78–92.

Jansen, B. R. J., Schmitz, E. A., & van der Maas, H. L. J. (2016). Affective and motivational factors mediate the relation between math skills and use of math in everyday life. *Frontiers in Psychology, 7,* 513. doi: 10.3389/fpsyg.2016.00513

Krajewski, K., & Schneider, W. (2009). Early development of quantity to number-word linkage as a precursor of mathematical school achievement and mathematical difficulties: Findings from a four-year longitudinal study. *Learning and Instruction, 19*(6), 513–526.

Kucian, K., Kohn, J., Hannula-Sormunen, M. M., Richtmann, V., McCaskey, U., Käser, T., … von Aster, M. (2012). Kinder mit Dyskalkulie fokussieren spontan weniger auf anzahligkeit/Children with developmental dyscalculia focus spontaneously less on numerosities. *Lernen und Lernstörungen, 1*(4), 241–253.

Lepola, J., & Hannula-Sormunen, M. (2019). Spontaneous focusing on numerosity and motivational orientations as predictors of arithmetical skills from kindergarten to grade 2. *Educational Studies in Mathematics, 100*(3), 251–269.

Li, X., & Baroody, A. J. (2014). Young children's spontaneous attention to exact quantity and verbal quantification skills. *European Journal of Developmental Psychology, 11*(5), 608–623.

Lira, C. J., Carver, M., Douglas, H., & LeFevre, J. -A. (2017). The integration of symbolic and non-symbolic representations of exact quantity in preschool children. *Cognition*, *166,* 382–397.

Lobato, J., Rhodehamel, B., & Hohensee, C. (2012). "Noticing" as an alternative transfer of learning process. *Journal of the Learning Sciences, 21*(3), 433–482.

Maloney, E. A. (2016). Math anxiety: Causes, consequences, and remediation. In K. R. Wentzel & D. B. Miele (Eds.), *Handbook of motivation at school* (2nd ed., pp. 408–423). New York, NY: Routledge.

McMullen, J., Chan, J. Y. -C., Mazzocco, M. M. M., & Hannula-Sormunen, M. M. (2019). Spontaneous mathematical focusing tendencies in mathematical development and education. In A. Norton, M. W. Alibali (Eds.), *Constructing number* (pp. 69–86). New York, Springer, Cham.

McMullen, J., Hannula-Sormunen, M. M., Laakkonen, E., & Lehtinen, E. (2016). Spontaneous focusing on quantitative relations as a predictor of the development of rational number conceptual knowledge. *Journal of Educational Psychology, 108*(6), 857–868.

McMullen, J. A., Hannula-Sormunen, M. M., & Lehtinen, E. (2011). Young children's spontaneous focusing on quantitative aspects and their verbalizations of their quantitative reasoning. In B. Ubuz (Ed.), *Proceedings of the 35th conference of the international group for the psychology of mathematics education* (pp. 217–224). Ankara, Turkey: PME.

McMullen, J. A., Hannula-Sormunen, M. M., & Lehtinen, E. (2013). Young children's recognition of quantitative relations in mathematically unspecified settings. *Journal of Mathematical Behavior*, *32,* 450–460.

Mcmullen, J., Hannula-Sormunen, M. M., & Lehtinen, E. (2015). Preschool spontaneous focusing on numerosity predicts rational number conceptual knowledge 6 years later. *ZDM Mathematics Education, 47*(5), 813–824.

Melhuish, E. C., Phan, M. B., Sylva, K., Sammons, P., Siraj-Blatchford, I., & Taggart, B. (2008). Effects of the home learning environment and preschool center experience upon literacy and numeracy development in early primary school. *Journal of Social Issues, 64*(1), 95–114.

Moll, K., Snowling, M. J., Göbel, S. M., & Hulme, C. (2015). Early language and executive skills predict variations in number and arithmetic skill in children at family-risk of dyslexia and typically developing controls. *Learning and Instruction, 38,* 53–62.

Murayama, K., Pekrun, R., Lichtenfeld, S., & vom Hofe, R. (2013). Predicting long-term growth in students' mathematics achievement: The unique contributions of motivation and cognitive strategies. *Child Development, 84*(4), 1475–1490.

Nanu, C. E., Mcmullen, J., Munck, P., & Hannula-Sormunen, M. (2017). Spontaneous focusing on numerosity in preschool as a predictor of mathematical skills and knowledge in the fifth grade. *Journal of Experimental Child Psychology, 169,* 42–58.

Pelland, J. C. (2020). Arithmetic, Culture, and Attention. In

M. Zack, D. Schlimm (Eds.), *Research in history and philosophy of mathematics* (pp. 83–98). Cham, Birkhäuser.

Piantadosi, S. T., Jara-Ettinger, J., & Gibson, E. (2014). Children's learning of number words in an indigenous farming-foraging group. *Developmental Science, 17*(4), 553–563.

Prast, E. J., van de Weijer-Bergsma, E., Miočević, M., Kroesbergen, E. H., & van Luit, J. E. H. (2018). Relations between mathematics achievement and motivation in students of diverse achievement levels. *Contemporary Educational Psychology, 55,* 84–96.

Purpura, D. J., & Ganley, C. M. (2014). Working memory and language: Skills-specific or domain-general relations to mathematics? *Journal of Experimental Child Psychology*, *122,* 104–121.

Purpura, D. J., & Napoli, A. R. (2015). Early numeracy and literacy: Untangling the relation between specific components. *Mathematical Thinking and Learning*, *17*(2–3), 197–218.

Rathé, S., Torbeyns, J., de Smedt, B., Hannula-Sormunen, M. M., & Verschaffel, L. (2018). Verbal and behavioral measures of kindergartners' SFON and their associations with number-related utterances during picture book reading. *British Journal of Educational Psychology*, *88,* 550–565.

Rathé, S., Torbeyns, J., de Smedt, B., & Verschaffel, L. (2019). Spontaneous focusing on Arabic number symbols and its association with early mathematical competencies. *Early Childhood Research Quarterly*, *48,* 111–121.

Rathé, S., Torbeyns, J., de Smedt, B., & Verschaffel, L. (2020). Are children's spontaneous number focusing tendencies related to their home numeracy environment? *ZDM*, *52*, 729–742.

Rathé, S., Torbeyns, J., Hannula-Sormunen, M. M., de Smedt, B., & Verschaffel, L. (2016). Spontaneous focusing on numerosity: A review of recent research. *Mediterranean Journal for Research in Mathematics Education*, *15,* 1–25.

Sella, F., Berteletti, I., Lucangeli, D., & Zorzi, M. (2016). Spontaneous non-verbal counting in toddlers. *Developmental Science*, *19*(2), 329–337.

Sharir, T., Mashal, N., & Mevarech, Z. R. (2015, August). *To what extent can young children spontaneously recognize mathematical structures*? Paper presented at the Biennial Conference of the European Association for Research on Learning and Instruction (EARLI), Limassol, Cyprus.

Shusterman, A., Cheung, P., Taggart, J., Bass, I., Berkowitz, T., Leonard, J. A., & Schwartz, A. (2017). Conceptual correlates of counting: Children's spontaneous matching and tracking of large sets reflects their knowledge of the cardinal principle. *Journal of Numerical Cognition, 3*(1), 1–30.

Spelke, E. S. (2003). What makes us smart? Core knowledge and natural language. In D. Gentner, S. Goldin-Meadow (Eds.). *Language in mind: Advances in the study of language and thought* (pp. 277–311). Cambridge: MIT Press

Susperreguy, M. I., & Davis-Kean, P. E. (2016). Maternal math talk in the home and math skills in preschool children. *Early Education and Development, 27*(6), 841–857.

Tian, J., & Siegler, R. (2015, March). *Spontaneous focusing on numerosity in early math development: A cross-national study of American and Chinese preschoolers*. Poster presented at the Society for Research in Child Development Biennial Meeting, Philadelphia, Pennsylvania, USA.

Verschaffel, L., Rathé, S., Wijns, N., Degrande, T., van Dooren, W., de Smedt, B., & Torbeyns, J. (2020). Young children's early mathematical competencies: The role of mathematical focusing tendencies. In T. Meaney, O. Helenius, M. L. Johansson, T. Lange, & A. Wernberg (Eds.) *Mathematics education in the early years* (pp. 23–42). New York: Springer, Cham.

Wang, M. -T., Ye, F., & Degol, J. L. (2017). Who chooses STEM careers? Using a relative cognitive strength and interest model to predict careers in science, technology, engineering, and mathematics. *Journal of Youth and Adolescence, 46*(8), 1805–1820.

Wang, Z., Shakeshaft, N., Schofield, K., & Malanchini, M. (2018). Anxiety is not enough to drive me away: A latent profile analysis on math anxiety and math motivation. *PloS One*, *13*(2), e0192072. doi: 10.1371/journal.pone.0192072

Wigfield, A., Eccles, J. S., Fredricks, J. A., Simpkins, S., Roeser, R. W., & Schiefele, U. (2015). Development of achievement motivation and engagement. In M. L. Richard (Ed.) *Handbook of child psychology and developmental science,* (pp. 1–44). London: John Wiley & Sons, Inc.

Wijns, N., De Smedt, B., Verschaffel, L., & Torbeyns, J. (2019). Are preschoolers who spontaneously create patterns better in mathematics? *British Journal of Educational Psychology, 90*(3). doi: 10.1111/bjep.12329

Spontaneous focusing on numerosity (SFON) of children in informal learning environment

CUI Shuang, GAO Yaru, WANG Yangyang, HUANG Bijuan, SI Jiwei

(*School of Psychology, Shandong Normal University, Jinan* 250358, *China*)

Abstract: A large number of studies take an "ability" perspective on children's early mathematical development. They mainly concentrated on children's early mathematical knowledge and skills, thereby ignoring other possibly relevant aspects of young children's early mathematical competence. This study focuses on spontaneous focusing on numerosity (SFON), which is a tendency of individuals to spontaneously pay attention to numerosity-related information in the environment. SFON is likely to be the basis for most other mathematical focusing tendencies, but its association with spontaneous attention to a number (SAN), spontaneously focusing on arabic number symbols (SFONS), and spontaneous focusing on quantitative relations (SFOR) remains to be clarified. As one of domain-specific predictors of mathematical performance, the development trajectory and mechanism of SFON should be paid in future research. The mechanism of SFON may be explored from mathematical motivation and math anxiety, and the measurement of SFON should be improved and innovated. Meanwhile, the research on educational intervention of SFON also should be promoted.

Key words: spontaneous focusing on numerosity, early math skills, informal environment, children